SESSION DE 1997

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Classe terminale S)

DURÉE : 5 heures

La calculatrice de poche est autorisée.
La clarté et la précision de la rédaction seront prises en compte dans l'appréciation de la copie.
Les cinq exercices sont indépendants.

Exercice I

On a placé un jeton sur chaque sommet d'un polygone régulier à 1997 côtés. Sur chacun de ces jetons est inscrit un entier relatif, la somme de ces entiers relatifs étant égale à 1 . On choisit un sommet de départ et on parcourt le polygone dans le sens trigonométrique en ramassant les jetons au fur et à mesure tant que la somme des entiers inscrits sur les jetons ramassés est strictement positive.

Peut-on choisir le sommet de départ de façon à ramasser tous les jetons ? Si oui, combien y a-t-il de choix possibles ?

Exercice II

Une capsule spatiale a la forme du solide de révolution délimité par une sphère de centre O , de rayon R , et un cône de sommet O qui rencontre cette sphère selon un cercle de rayon r .

Quel est le volume maximal d'un cylindre droit contenu dans cette capsule, le cylindre et la capsule ayant le même axe de révolution ?

Exercice III

C est un cube d'arête 1 et p est la projection orthogonale sur un plan. Quelle est la valeur maximale de l'aire de $p(C)$?

Exercice IV

Etant donné un triangle ABC, on note a, b, c les longueurs de ses côtés et m, n, p les longueurs de ses médianes. Pour tout réel α strictement positif, on définit le réel $\lambda(\alpha)$ par la relation : $a^{\alpha} + b^{\alpha} + c^{\alpha} = (\lambda(\alpha))^{\alpha}\left(m^{\alpha} + n^{\alpha} + p^{\alpha}\right)$.

1°) Calculer $\lambda(2)$.

2°) Calculer la limite de $\lambda(\alpha)$ lorsque α tend vers 0.

3°) A quelle condition portant sur a, b, c le réel $\lambda(\alpha)$ est-il indépendant de α ?

Exercice V

Dans le plan, soient A et B deux points distincts. Pour tout point C extérieur à la droite (AB), on note G l'isobarycentre du triangle ABC et I le centre de son cercle inscrit.

1°) Soit α un réel tel que $0 < \alpha < \pi$. Quel est l'ensemble Γ des points C tels que $\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}\right) = \alpha + 2k\pi$, k étant un entier ? Lorsque C décrit Γ, montrer que G et I décrivent deux arcs de cercle que l'on précisera.

2°) On suppose désormais $\pi / 3 < \alpha < \pi$. Comment doit-on choisir C dans Γ pour que la distance GI soit minimale ?

3°) On note $f(\alpha)$ la distance minimale GI de la question précédente. Expliciter $f(\alpha)$ en fonction de $a = AB$ et α. Déterminer la valeur maximale de $f(\alpha)$ lorsque α décrit $\left]\frac{\pi}{3}, \pi\right[$.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail